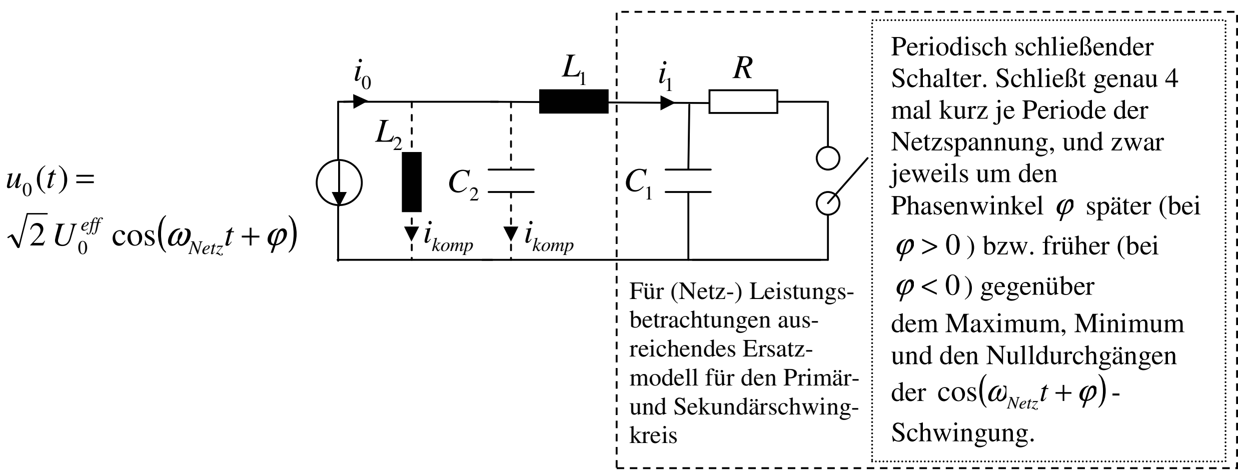
Induktive Strombegrenzung für AC-gespeiste SGTC mit netzsynchroner rotierender Funkenstrecke

Es wird von einer SGTC ausgegangen, welche mit einer 50 Hz-netzfrequenz-synchron rotierenden primären Funkenstrecke ausgestattet ist. Hier wird speziell von der Annahme ausgegangen, dass die rotierende Funkenstrecke genau 4 mal je Netzperiode zündet.

Wenn man sich nur für die niederfrequenten Ströme und Spannungen sowie die Wirk- und Scheinleistung einer SGTC interessiert, kann man so tun, als ob der Kondensator des Primärschwingkreises nach dem Zünden der Funkenstrecke über einen niederohmigen Widerstand entladen würde. Die Sekundärspule entfällt. Falls der Primärschwingkreis jedoch so angeordnet ist, dass der Primärkondensator sowie die Reihenschaltung aus der Funkenstrecke und der Primärspule jeweils parallel zur Stromversorgung geschaltet sind, wird vorausgesetzt, dass, falls kein Blindstromkompensationskondensator parallel zur Netzspannungsquelle geschaltet ist, statt dessen ein Kondensator mit kleinerer Kapazität verwendet wird, welcher Ströme mit Frequenzen in der Größenordnung der Frequenz des Primärschwingkreises ausfiltern und somit vom Netz fernhalten kann.
Da man den HV Trafo bei Vernachlässigung der Kupferwiderstände aus der Sicht der Sekundärseite ersatzweise als Hintereinanderschaltung einer idealen Spannungsquelle und einer Induktivität darstellen kann, wird nun folgendes vereinfachtes Modell verwendet.



Einerseits soll der Schalter immer nur sehr kurz im Verhältnis zur Periodendauer $2\pi/\omega_{Netz}$ der Netzspannung schließen, und andererseits soll der Lastwiderstand R so niederohmig sein, dass der Kondensator C_1 zu den Zeitpunkten, an denen der Schalter jeweils wieder öffnet, nahezu vollständig entladen ist. Die Schließ-Zeitpunkte des Schalters sind $k\pi/(2\,\omega_{Netz})$ (k ganzzahlig).

Es soll einerseits berechnet werden, welcher Strom im Netz fließt und welche Wirk- und Scheinleistungen dem Netz entnommen werden. Wenn man andererseits eine Blindstromkompensation durchführen möchte, müssen je nach Phasenlage des Blindstroms entweder ein Kondensator C_2 oder eine Induktivität L_2 parallel zum Netz hinzugeschaltet werden. Es werden optimale Werte für C_2 bzw. L_2 angegeben. Da der Strom i_1 jedoch i. Allg. keine reine Sinusform hat, verbleiben im Strom i_0 höhere Harmonische der Netzfrequenz, die mit einem einzelnen Kondensator C_2 oder einer Induktivität L_2 nicht eliminiert werden können.

Die im Folgenden angegebenen Ströme, Spannungen und Leistungen beziehen sich auf den stationären (eingeschwungenen) Zustand, der erst einige Zeit nach dem Einschalten des Systems auftritt.

Es wird folgende Abkürzung verwendet (wobei $\omega_{Netz} = 2\pi\, f_{Netz} = 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz}$ die Netzkreisfrequenz ist):

$$z = \omega_{Netz}\sqrt{L_1 C_1} = 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz}\,\sqrt{L_1 C_1}$$

Falls $z > 0.61038$ ist, muss zur Blindstromkompensation ein Kondensator C_2 verwendet werden, dessen optimaler Wert bei

$$C_2 = \begin{cases} C_1 \cdot \dfrac{\pi\left(z^2-1\right)\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right) - 8\cos\dfrac{\pi}{2z}}{\pi\left(z^2-1\right)^2\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)} & \text{falls} \quad z \neq 1 \\[2ex] \dfrac{3}{4}C_1 = 0{,}75\,C_1 & \text{falls} \quad z = 1 \end{cases}$$

liegt (und L_2 entfällt). Falls aber $z < 0.61038$ ist, muss statt dessen eine Induktivität L_2 mit dem optimalen Wert

$$L_2 = L_1 \cdot \frac{\pi\left(z^2-1\right)^2\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)}{-z^2\left(\pi\left(z^2-1\right)\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right) - 8\cos\dfrac{\pi}{2z}\right)}$$

verwendet werden. In beiden Fällen fließt durch das Kompensationsbauteil ein Kompensationsstrom mit dem Effektivwert

$$i_{komp}^{eff} = \begin{cases} \dfrac{U_0^{eff}}{\sqrt{2}\,\omega_{Netz}L_1} \cdot z^2 \cdot \dfrac{\left|\pi\left(z^2-1\right)\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right) - 8\cos\dfrac{\pi}{2z}\right|}{\pi\left(z^2-1\right)^2\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)} & \text{falls} \quad z \neq 1 \\[2ex] \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{U_0^{eff}}{\omega_{Netz}L_1} = 0{,}75\,\dfrac{U_0^{eff}}{\omega_{Netz}L_1} & \text{falls} \quad z = 1 \end{cases} \quad ,$$

und der Effektivwert $i_0^{komp,eff}$ des Stroms, der durch die Quelle fließt, ergibt sich zu

$$i_0^{komp,eff} = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2}\,U_0^{eff}}{\omega_{Netz}L_1} \cdot \dfrac{z\sqrt{\pi\left(z^2-1\right)^2\left(\pi - z\sin\dfrac{\pi}{z}\right)\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right) - 16z^2\left(1+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)}}{\pi\left(z^2-1\right)^2\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)} & \text{falls} \quad z \neq 1 \\[2ex] \dfrac{\sqrt{2}\,U_0^{eff}}{\omega_{Netz}L_1} \cdot \dfrac{\sqrt{24\pi^2 - 54}}{24} \approx 0{,}7968\,\dfrac{U_0^{eff}}{\omega_{Netz}L_1} & \text{falls} \quad z = 1 \end{cases}$$

.

Der Effektivwert i_1^{eff} des Stroms durch die Induktivität L_1 beträgt

$$i_1^{eff} = \sqrt{\left(i_0^{Komp,eff}\right)^2 + \left(i_{komp}^{eff}\right)^2}$$

Die Wirkleistung, die die Quelle abgibt und am Widerstand R verbraucht wird, ergibt sich zu

$$P_{wirk} = \begin{cases} \dfrac{4}{\pi} \cdot \dfrac{\left(U_0^{eff}\right)^2}{\omega_{Netz} L_1} \cdot \dfrac{z^2\left(1+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)}{\left(z^2-1\right)^2\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)} & \text{falls} \quad z \neq 1 \\ \dfrac{\pi}{4} \cdot \dfrac{\left(U_0^{eff}\right)^2}{\omega_{Netz} L_1} & \text{falls} \quad z = 1 \end{cases}$$

Die Scheinleistung P_{schein} der Quelle ergibt sich zu $U_0^{eff} i_0^{komp,eff}$.

Falls man keine Blindstromkompensation vornimmt (C_2 und L_2 entfernt), bleiben i_1^{eff} und P_{wirk} unverändert, aber der Strom i_0 durch die Quelle wird gleich wie i_1^{eff} .

Die Spannungen $U_{C1}^{(k)}$ ($k = 0,\ 1,\ 2,\ 3$), auf die der Kondensator C_1 jeweils kurz vor den 4 Zeitpunkten innerhalb einer Netz-Periode aufgeladen ist, an denen die Funkenstrecke zündet, betragen:

$$U_{C1}^{(k)} = \begin{cases} \sqrt{2}\ U_0^{eff} \cdot \dfrac{4\cos\left(\dfrac{\pi}{2z}\right)\left(\sin\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)-\cos\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{2z}\right)\right)}{\left(z^2-1\right)\left(3+\cos\dfrac{\pi}{z}\right)} & \text{falls} \quad z \neq 1 \\ \dfrac{\pi}{2}\sqrt{2}\ U_0^{eff} \sin\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right) & \text{falls} \quad z = 1 \end{cases} \quad \text{bei} \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ 3$$

Der maximale Betrag der Kondensatorspannung $\left|U_{C1}^{\max}\right|$, der zu irgendeinem Zeitpunkt innerhalb einer Netzperiode auftritt, kann größer als $\left|U_{C1}^{zünd}\right|$ sein.

Wenn man den „Zündwinkel“ φ zu

$$\varphi = \arctan\left(\cos\left(\frac{\pi}{2z}\right)\right) + \frac{\pi}{4}$$

oder um ein ganzzahliges Vielfaches von $\pi/2$ größer als diesen Wert wählt, haben alle 4 „Zündspannungen“ den gleichen Betrag ($\left|U_{C1}^{(0)}\right| = \left|U_{C1}^{(1)}\right| = \left|U_{C1}^{(2)}\right| = \left|U_{C1}^{(3)}\right|$). Falls man den Zündwinkel φ zu

$$\varphi = \arctan\left(\cos\left(\frac{\pi}{2z}\right)\right)$$

oder um ein ganzzahliges Vielfaches von $\pi/2$ größer als diesen Wert wählt, sind zwei der vier Zündspannungen $U_{C1}^{(k)}$ gleich Null, und die anderen beiden haben einen derartigen gleichen Betrag, dass die oben angegebene Wirkleistung erreicht wird.

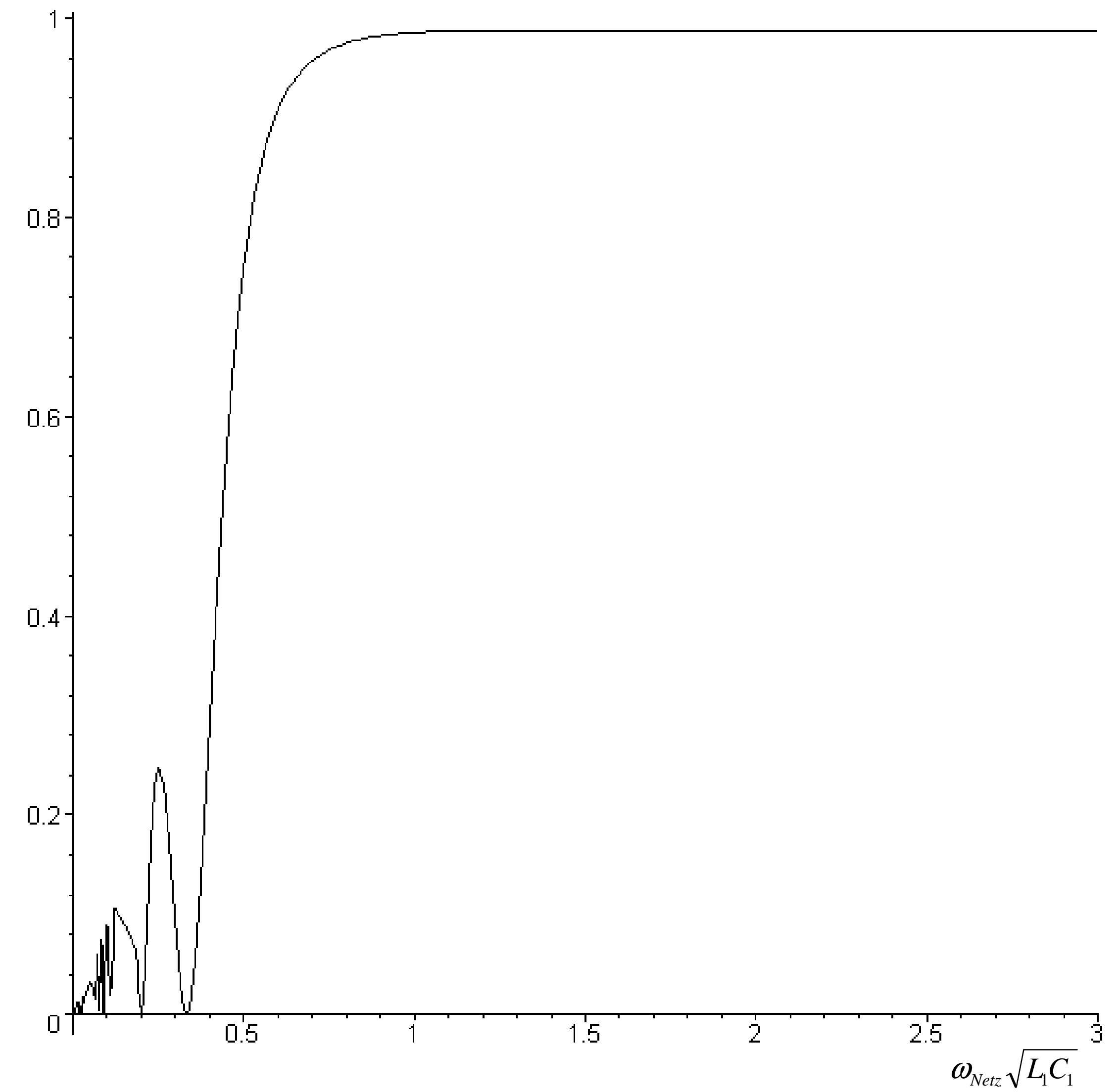
Der zeitliche Verlauf des Stroms i_1 innerhalb einer halben Netzperiode ist wie folgt, wenn man eine Netzspannung $u_0(t) = \sqrt{2}\, U_0^{eff} \cos(\omega_{Netz} t + \varphi)$ und die Schalter-Schließzeitpunkte $k\pi/(2\omega_{Netz})$ (k ganzzahlig) voraussetzt. Der Strom i_1 wird hier mit i_1^{stat} benannt, um deutlich zu machen, dass es sich um die stationäre Lösung nach Abklingen von nach dem Einschalten auftretenden Einschwingvorgängen handelt. Um $i_1^{stat}(t)$ für eine beliebige Zeit t zu berechnen, muss man zunächst eine ganze Zahl k und eine reelle Zahl τ mit $0 \le \tau \le \dfrac{\pi}{2\,\omega_{Netz}}$ derart bestimmen, dass $t = \dfrac{k\,\pi}{2\,\omega_{Netz}} + \tau$ gilt. Damit kann dann $i_1^{stat}(t) = i_1^{stat}\left(\dfrac{k\,\pi}{2\,\omega_{Netz}} + \tau\right)$ berechnet werden:

$$
i_1^{stat}\left(\frac{k\,\pi}{2\,\omega_{Netz}} + \tau\right) = \begin{cases}
\dfrac{\dfrac{\sqrt{2}\,U_0^{eff}}{\omega_{Netz} L_1}\cdot z}{\left(z^2-1\right)\left(1+\left(\cos\dfrac{\pi}{2z}\right)^2\right)} \cdot \left(\begin{array}{l} \left(1+\left(\cos\dfrac{\pi}{2z}\right)^2\right)\left(z\sin\left(\omega_{Netz}\tau+\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)-\sin\left(\dfrac{\omega_{Netz}\tau}{z}\right)\cos\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)\right) \\ +\cos\left(\dfrac{\omega_{Netz}\tau}{z}\right)\left(\sin\dfrac{\pi}{2z}\right)\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{2z}\right)\cos\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)-\sin\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)\right) \end{array}\right) \\
\text{falls} \quad z \ne 1 \quad \text{und} \quad 0 \le \tau \le \dfrac{\pi}{2\,\omega_{Netz}} \quad \text{und} \quad k \text{ ganzzahlig} \\[2ex]
\dfrac{\sqrt{2}\,U_0^{eff}}{4\,\omega_{Netz} L_1} \cdot \left(\begin{array}{l} \cos(\omega_{Netz}\tau)\left((\pi+2\,\omega_{Netz}\tau)\cos\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)-\sin\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)\right) \\ -\sin(\omega_{Netz}\tau)\left(\left(\cos\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)+2\,\omega_{Netz}\tau\sin\left(\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right)\right)\right)+3\sin\left(\omega_{Netz}\tau+\varphi+\dfrac{k\pi}{2}\right) \end{array}\right) \\
\text{falls} \quad z = 1 \quad \text{und} \quad 0 \le \tau \le \dfrac{\pi}{2\,\omega_{Netz}} \quad \text{und} \quad k \text{ ganzzahlig}
\end{cases}
$$

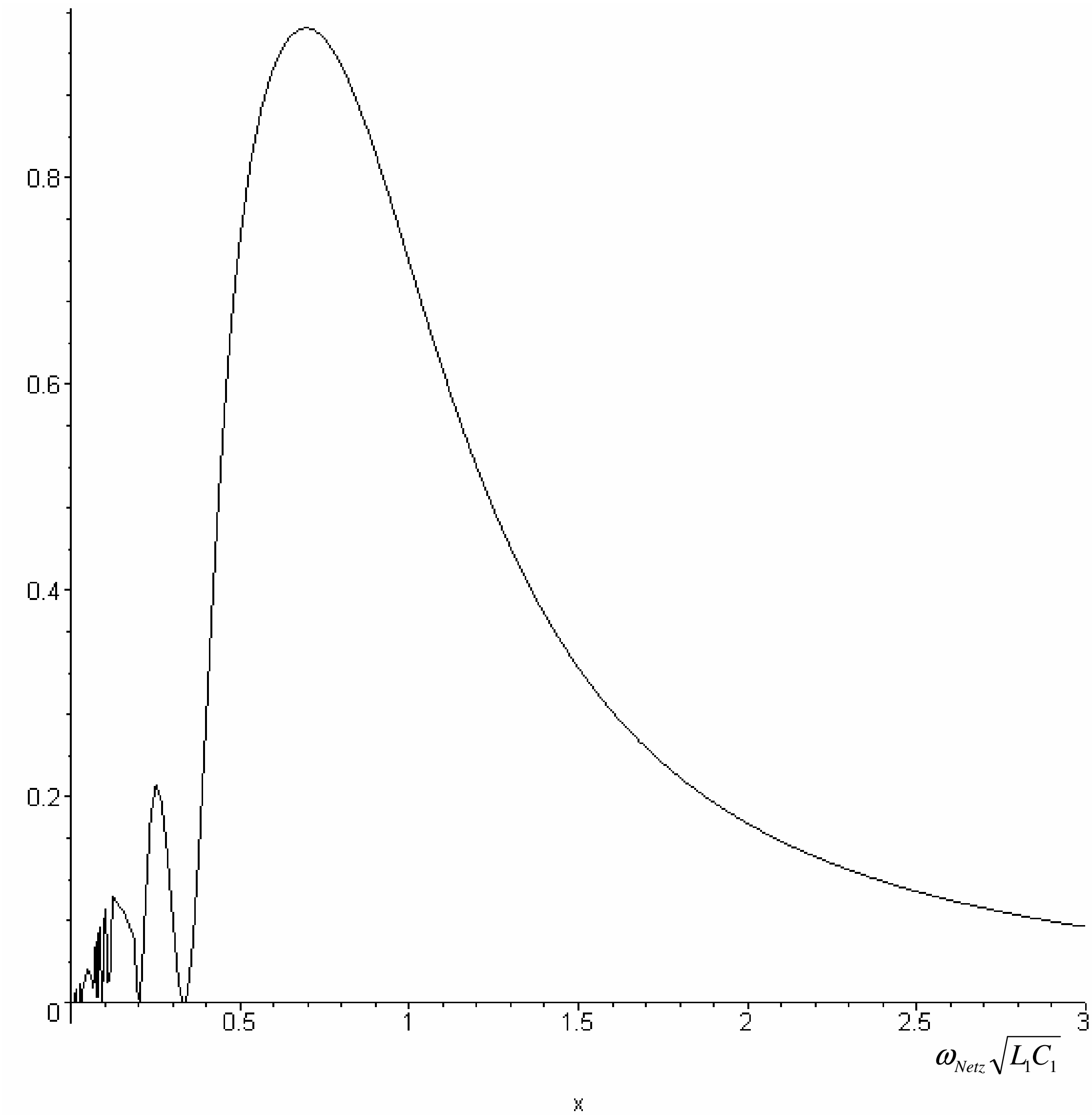
Für $t \ge \dfrac{2\pi}{\omega_{Netz}}$ wiederholt sich $i_1^{stat}(t)$ periodisch: $i_1^{stat}(t) = i_1^{stat}\left(t - \dfrac{2\pi}{\omega_{Netz}}\right)$.

Im Folgenden werden $\dfrac{P_{wirk}}{P_{schein}}$ mit und ohne Blindstromkompensation, $\dfrac{i_1^{eff}}{U_0^{eff}/(\omega_{Netz} L_1)}$, $\dfrac{i_0^{komp,eff}}{U_0^{eff}/(\omega_{Netz} L_1)}$ sowie das Verhältnis $\dfrac{U_{C1}^{zünd}}{U_0^{\max}}$ aus Kondensatorspannung kurz vor dem Zünden zum Spitzenwert der Quellspannung grafisch dargestellt.

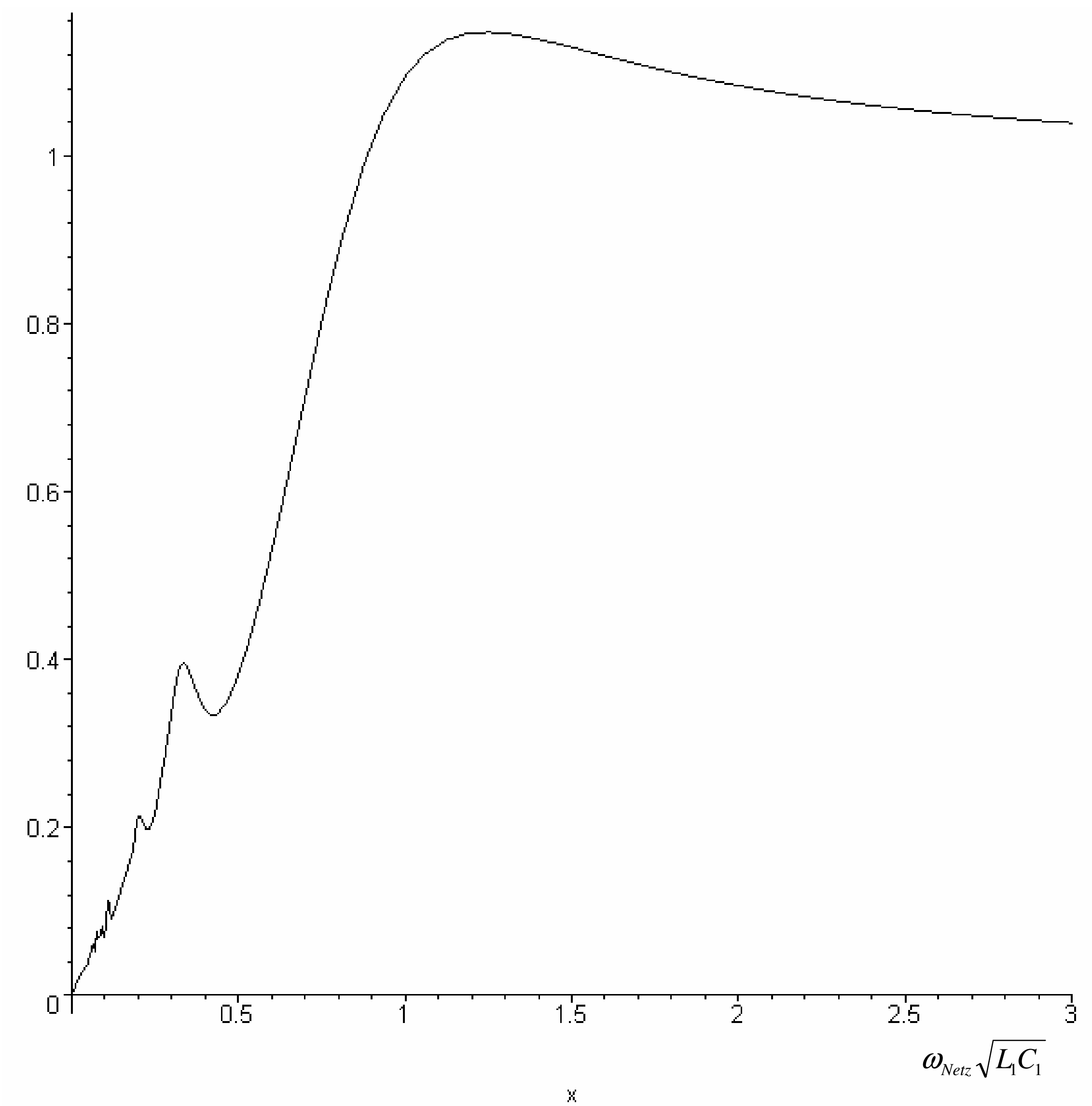
$\frac{P_{wirk}}{P_{schein}}$ mit Blindstromkompensation



$\frac{P_{wirk}}{P_{schein}}$ ohne Blindstromkompensation



$$\frac{i_1^{eff}}{U_0^{eff} / (\omega_{Netz} L_1)}$$ ohne Blindstromkompensation



$\frac{i_0^{komp,eff}}{U_0^{eff}/(\omega_{Netz} L_1)}$ mit Blindstromkompensation